



پایه یازدهم ریاضی

آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز



تسلط بر نیم سال اول



دفترچه سؤال

دوره زودبست دی ماه

بسته جامع آمادگی نیم سال اول

بودجه آزمون: فصل ۱ و فصل ۲ تا پایان درس دوم

ردیف	درس	تعداد صفحه	زمان پاسخگویی
۱	آمار و احتمال	۲	۱۲۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

سؤالات آزمون شبهه‌ساز نهایی درس: آمار و احتمال		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۴
تعداد صفحه: ۲		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	نام و نام خانوادگی:
آزمون شبهه‌ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز		
ردیف	سؤالات (پاسخ‌برگ دارد)			
ردیف	نمره			
۱	<p>درست یا نادرست بودن هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) $p \Rightarrow p \equiv F$</p> <p>ب) گزاره $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee q)$ یک گزاره همیشه درست است.</p> <p>پ) اگر $A \subseteq \emptyset$ باشد، آن‌گاه $A = \emptyset$ است.</p> <p>ت) در پرتاب یک تاس سالم، احتمال ظاهر شدن عددی اول با احتمال ظاهر شدن عددی مرکب برابر است.</p>	۱		
۲	<p>هر جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر p گزاره‌ای دلخواه و T گزاره‌ای همواره درست باشد، آن‌گاه $p \wedge T = \dots\dots\dots$</p> <p>ب) در گزاره‌نمای $2x^2 + 5x - 7 = 0$، اگر $D = \mathbb{N}$ باشد، مجموعه جواب $S = \{\dots\dots\dots\}$ است.</p> <p>پ) اگر مجموعه $A \subseteq X$ و $A \subseteq X'$ باشد، آن‌گاه $A = \dots\dots\dots$</p> <p>ت) مجموعه تمام نتایج ممکن یک پدیده تصادفی را $\dots\dots\dots$ می‌گویند.</p>	۱		
۳	<p>در هر قسمت گزینه صحیح را از میان گزینه‌های داده شده انتخاب کنید و در پاسخ‌برگ بنویسید.</p> <p>الف) گزاره شرطی $p \Rightarrow q \sim$ معادل کدام گزینه است؟</p> <p>۱) $p \vee \sim q$ ۲) $\sim p \vee q$ ۳) $p \vee q$ ۴) $\sim p \wedge \sim q$</p> <p>ب) یک تاس و یک سکه را پرتاب می‌کنیم. پیشامد این‌که «سکه پشت یا تاس زوج باشد» دارای چند عضو است؟</p> <p>۱) ۱۰ ۲) ۹ ۳) ۸ ۴) ۶</p>	۱		
۴	<p>به کمک جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید.</p> <p>$[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)] \equiv \sim p$</p>	۱		
۵	<p>اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد ارزش گزاره زیر را مشخص کنید.</p> <p>$(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r)$</p>	۱		
۶	<p>به کمک قوانین جبر گزاره‌ها، برای گزاره زیر هم‌ارزی بنویسید.</p> <p>$r \Leftrightarrow [s \wedge \sim(\sim s \Rightarrow r)] \equiv$</p>	۱		
۷	<p>ثابت کنید هرگاه n عددی صحیح و n^2 مضرب ۳ باشد، آن‌گاه n نیز مضرب ۳ است.</p>	۱		
۸	<p>عکس نقیض گزاره شرطی زیر را بنویسید.</p> <p>$(\forall x \in \mathbb{Z} : x^2 > 0) \Rightarrow (\exists y \in \mathbb{N} : y^2 + 2y + 1 = 0)$</p>	۱		
۹	<p>اگر ۲ عضو از تعداد عضوهای مجموعه A را حذف کنیم از تعداد زیرمجموعه‌های آن ۳۸۴ واحد کم می‌شود. مجموعه A چند زیرمجموعه سره دارد؟</p>	۱		
۱۰	<p>اگر A و B دو مجموعه با مرجع U باشند و $A \subseteq B$. به روش عضوگیری دلخواه، ثابت کنید $B' \subseteq A'$.</p>	۱		
۱۱	<p>اگر دو مجموعه $A = \{4, \{x\}, \{y-1, z+2\}\}$ و $B = \{\{7, 3\}, \{y-1\}, x-3\}$ برابر باشند، $x+y+z$ را بیابید.</p>	۱		
۱۲	<p>اگر A و B دو مجموعه با مرجع U باشند، با استفاده از جبر مجموعه‌ها عبارت زیر را تا حد امکان ساده کنید.</p> <p>$(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A)$</p>	۱		
صفحه ۱ از ۲				

تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۴		رشته: ریاضی و فیزیک		پایه: یازدهم		سوالات آزمون شبهه‌ساز نهایی درس: آمار و احتمال	
نام و نام خانوادگی:		ساعت شروع:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		تعداد صفحه: ۲	
گروه آموزشی ماز				آزمون شبهه‌ساز امتحان نهایی			
ردیف	سوالات (پاسخ‌برگ دارد)						نمره
۱۳	درستی تساوی زیر را بررسی کنید. $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$						۱
۱۴	اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند، در این صورت نشان دهید: $A \times B = B \times A \Rightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset \vee A = B$						۱
۱۵	مجموعه‌های $A = \{۲, ۳\}$ و $B = \{۲, ۳, ۴\}$ مفروض‌اند: الف) $(A \times B)$ را به صورت زوج‌های مرتب بنویسید. ب) نمودار $(A \times B)$ را رسم کنید.						۱
۱۶	دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. مطلوب است: الف) احتمال این که مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ باشد. ب) احتمال این که مجموع دو عدد رو شده حداقل ۱۱ باشد.						۱
۱۷	اگر $B \subseteq A$ ، آن‌گاه ثابت کنید: $P(A - B) = P(A) - P(B)$						۱
۱۸	اگر عددی به تصادف از مجموعه $S = \{۷۱, ۷۲, \dots, ۱۵۰\}$ انتخاب کنیم، مطلوب است احتمال اینکه: عدد انتخابی نه بر ۵ بخش پذیر باشد نه بر ۷.						۱
۱۹	اگر $P(A) = \frac{1}{5}$ و $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ و A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، آن‌گاه $P(B')$ را حساب کنید.						۱
۲۰	یک تاس به گونه‌ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد زوج، سه برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در پرتاب این تاس، احتمال اینکه یکی از اعداد ۲ یا ۳ مشاهده شود را به دست آورید.						۱
۲۰	موفق باشید.						
	صفحه ۲ از ۲						



پایه یازدهم ریاضی

آزمون‌های شبیه‌ساز امتحانات نهایی ماز



تسلط بر نیم سال اول



پاسخبرگ آمار و احتمال

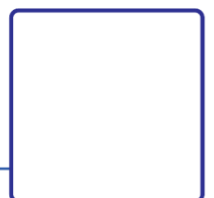
دوره زودبست دی ماه

بسته جامع آمادگی نیم سال اول

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می‌شود.

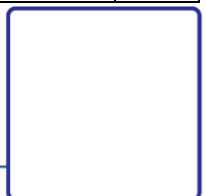
ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۴	آزمون شبهه ساز نهایی درس: آمار و احتمال
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبهه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۱	الف) (ب) (پ) (ت)	۱
۲	الف) (ب) (پ) (ت)	۱
۳	الف) (ب)	۱
۴		۱
۵		۱
۶		۱
۷		۱



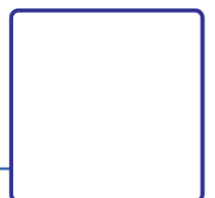
ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۴	آزمون شبهه ساز نهایی درس: آمار و احتمال
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبهه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۸		۱
۹		۱
۱۰		۱
۱۱		۱
۱۲		۱



ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۴	آزمون شبهه ساز نهایی درس: آمار و احتمال
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبهه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۱۳		۱
۱۴		۱
۱۵	(الف) (ب)	۱
۱۶	(الف) (ب)	۱



ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۴	آزمون شبهه ساز نهایی درس: آمار و احتمال
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبهه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۱۷		۱
۱۸		۱
۱۹		۱
۲۰		۱
	موفق باشید.	۲۰





پایه یازدهم ریاضی

آزمون‌های شبیه‌ساز امتحانات نهایی ماز



تسلط بر نیم سال اول



دفترچه پاسخ

دوره زودبست دی ماه

بسته جامع آمادگی نیم سال اول

بودجه آزمون: فصل ۱ و فصل ۲ تا پایان درس دوم

ویراستاران

ارسلان حسنونند - نرجس تیمناک
حمیدرضا ولی پور

طراحان

سیدجواد نظری - محدثه شیخعلی

درس

آمار و احتمال

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

مصحح شو:



پاسخ دقیق سؤال این جا میاد و اسمش روشه: «مصحح شو»، می خواد شما رو به یه مصحح حرفه‌ای و دقیق تبدیل کنه که بدونین موقع ارزیابی جواب‌هاتون باید حواستون به چی باشه تا توی آزمون‌های بعدی دقیق‌تر عمل کنین. اگه جواب یه سؤال رو بشه به شکل‌های مختلف بیان کرد، اون هم، این جا بهتون گفتیم.

بررسی دقیق‌تر:



اگه پاسخ کوتاه به سؤال کافی نباشه تا ببینین چطوری باید به جواب برسین، توی این بخش با بررسی دقیق‌تر جواب، سؤال رو براتون توضیح دادیم.

نقشه نهایی:



امتحان نهایی قوانین و قواعد خاص خودش رو داره؛ شما باید بدونین تیپ‌های رایج سؤال‌های امتحان نهایی چیه و باید چطوری بهش جواب بدین. این کادر، مشاوره حرفه‌ای ماست به شما تا فوت و فن‌های امتحان نهایی رو یاد بگیرین.

۲۰ شو:



توی «۲۰ شو»، مبحث هر سؤال رو براتون مرور یا جمع‌بندی کردیم؛ «۲۰ شو» و درسنامه‌هاش دقیقاً فاصله بین نمره خوب و نمره ۲۰ رو براتون پر می‌کنه.

نکته طلایی:



با وجود «۲۰ شو»، که کلی درسنامه مفصل داره، باز هم اگه نکته مهم و مفیدی بود، توی این کادر براتون آوردیم.

تیم اجرایی و تولید آزمون

مرضیه بنیانی

یگانه پوراابراهیم

زهرة جعفری

فائزه زارع

محدثه شیخ‌علی

محدثه عربگری

ساره محمدعلی‌نسب

زینب مرتضوی

سرپرست آزمون: ارمغان قریب

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ما با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.


دکتر رسول خنجری

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: آمار و احتمال		رشته: ریاضی و فیزیک
دوره دوم متوسطه - یازدهم		تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴
آزمون شبهه ساز امتحان نهایی		مدت زمان: ۱۲۰ دقیقه
گروه آموزشی ماز		ساعت شروع:
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>مصّحّح شو </p> <p>الف) نادرست (۰.۲۵) (صفحه ۱۵)</p> <p>پ) درست (۰.۲۵) (صفحه ۱۸)</p> <p>بررسی دقیق تر: </p> <p>الف) $p \Rightarrow p \equiv \sim p \vee p \equiv T$</p> <p>ب) $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee q) \equiv [(p \wedge \sim q) \vee \sim p] \vee [(p \wedge \sim q) \vee q] \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee (q \vee p)$</p> <p>$\equiv (\sim q \vee q) \vee (\sim p \vee p) \equiv T$</p> <p>ت) اعداد اول روی تاس: $P(\text{اول}) = \frac{1}{6}$ (۲, ۳, ۵)</p> <p>اعداد مرکب روی تاس: $P(\text{مرکب}) = \frac{1}{6}$ (۴, ۶)</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه </p>	۱
۲	<p>مصّحّح شو </p> <p>الف) p (۰.۲۵) (صفحه ۱۵)</p> <p>پ) \emptyset (۰.۲۵) (صفحه ۱۸)</p> <p>بررسی دقیق تر: </p> <p>ب) $2x^2 + 5x - 7 = 0 \Rightarrow (x-1)(2x+7) = 0 \Rightarrow x = 1, -\frac{7}{2} \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} x = 1$</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه </p>	۱
۳	<p>مصّحّح شو </p> <p>الف) $p \vee q$ (گزینه ۳) (۰.۵) (صفحه ۱۵) ب) ۹ (گزینه ۲) (۰.۵) (صفحه ۴۰)</p> <p>بررسی دقیق تر: </p> <p>ب) $6 + 2 \times 3 - 3 = 9$</p> <p>تاس زوج یا سکه پشت = ۶ + ۲ × ۳ - ۳ = ۹</p> <p>سکه پشت زوج اشتراک</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه </p>	۱

مصطح شو 

p	q	$(\cdot.۲۵) p \Rightarrow q$	$(\cdot.۲۵) \sim q$	$(\cdot.۲۵) p \Rightarrow \sim q$	$\sim p$	$(\cdot.۲۵) (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$
د	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د	د

با مقایسه ستون‌های ۶ و ۷، دو گزاره هم‌ارزش هستند. (صفحه ۱۵)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه 

هر آنچه که باید در مورد ترکیب‌ها بدانید! 

۱) جمله‌ای خبری که معنایی متضاد و مخالف با خود گزاره دارد را **نقیض گزاره** می‌نامند.
* نقیض گزاره p را با $\sim p$ نشان می‌دهند و به علامت « \sim » **ناقض** می‌گویند.

p	$\sim p$
د	ن
ن	د

۲) اگر p و q دو گزاره باشند، **ترکیب فصلی** آن‌ها را به صورت $p \vee q$ نشان می‌دهند و «p یا q» خوانده می‌شود.
* ارزش گزاره حاصل از ترکیب فصلی دو گزاره فقط وقتی نادرست است که هر دو گزاره p و q نادرست باشند و در غیر این صورت ارزش این گزاره مرکب، درست است.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

۳) اگر p و q دو گزاره باشند، **ترکیب عطفی** آن‌ها را با نماد $p \wedge q$ نشان می‌دهند و «p و q» خوانده می‌شود.
* ارزش گزاره حاصل از ترکیب عطفی دو گزاره فقط وقتی درست است که هر دو گزاره p و q درست باشند و در غیر این صورت ارزش این گزاره مرکب، نادرست است.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

۴) اگر p و q دو گزاره باشند، **ترکیب شرطی** آن‌ها را با نماد $p \Rightarrow q$ نشان می‌دهند و «اگر p آن‌گاه q» خوانده می‌شود.
* در ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ ، گزاره p را **مقدم** و q را **تالی** می‌نامند.
* ارزش گزاره حاصل از ترکیب شرطی دو گزاره، فقط وقتی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد، در غیر این صورت ارزش ترکیب شرطی درست است.

۱

۴

* اگر مقدم یک ترکیب شرطی نادرست باشد، ارزش آن ترکیب شرطی درست است و به ارزش تالی بستگی ندارد. (این قانون را انتفای مقدم می‌نامند).

$$F \Rightarrow q \equiv T$$

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

* اگر $p \Rightarrow q$ یک گزاره شرطی باشد، گزاره $q \Rightarrow p$ را **عکس ترکیب شرطی** می‌نامند.

* اگر $p \Rightarrow q$ یک گزاره شرطی باشد، آن‌گاه گزاره $\sim q \Rightarrow \sim p$ را **عکس نقیض ترکیب شرطی** می‌نامند.

* عکس نقیض هر ترکیب شرطی با خود ترکیب شرطی هم‌ارز است، یعنی همواره داریم: $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$

۵) به ترکیب عطفی هر گزاره شرطی و عکس آن یعنی $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ ، **ترکیب دوشروطی** گفته می‌شود و به صورت « $p \Leftrightarrow q$ » نشان داده می‌شود و به صورت‌های زیر خوانده می‌شود:

۱. اگر p آن‌گاه q و برعکس. ۲. p اگر و تنها اگر q . ۳. p شرط لازم و کافی برای q است.

* ارزش ترکیب دوشروطی زمانی درست است که دو گزاره p و q هم‌ارزش باشند، یعنی هر دو درست یا هر دو نادرست باشند، در غیر این صورت ارزش آن نادرست است.

* اگر $p \Leftrightarrow q$ یک گزاره دوشروطی باشد، آن‌گاه گزاره $p \Leftrightarrow q$ را عکس آن می‌نامند که هم‌ارز با خود گزاره است.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

۶) اتحادهای مهم

$$\bigcirc \Rightarrow \square \equiv \sim \bigcirc \vee \square$$

گزاره‌های همواره درست یا همواره نادرست

$p \vee \sim p \equiv T$	$p \vee T \equiv T$	$p \Rightarrow T \equiv T$	$p \Leftrightarrow p \equiv T$
$p \wedge \sim p \equiv F$	$p \wedge F \equiv F$	$F \Rightarrow p \equiv T$	$p \Leftrightarrow \sim p \equiv F$

نقیض ترکیب فصلی و عطفی و شرطی و دوشروطی

قانون دمورگان	قانون دمورگان
$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
$\sim (p \Rightarrow q) \equiv (\sim \sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$	$\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow \sim q \equiv \sim p \Leftrightarrow q$

قوانین ترکیب های فصلی و عطفی

خودتوانی $\begin{cases} p \vee p \equiv p \\ p \wedge p \equiv p \end{cases}$	شرکت پذیری $\begin{cases} p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \\ p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \end{cases}$	جذب $\begin{cases} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{cases}$
جابجایی $\begin{cases} p \vee q \equiv q \vee p \\ p \wedge q \equiv q \wedge p \end{cases}$	توزیع پذیری $\begin{cases} p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\ p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \end{cases}$	هم پوشانی $\begin{cases} p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q \\ p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q \end{cases}$

راهنمای مصحح:

به هر ستون کاملاً درست نمره تعلق می گیرد.

مسیر تمرینی:

مشابه این سوال، در سوال ۳ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ مطرح شده بود.

مصحح شو

می دانیم که $p \equiv T$ و $q \equiv F$ و گزاره ای دلخواه است، پس دو حالت داریم: (صفحه ۱۵)

روش اول:

p	q	r	$p \wedge q$	$\sim p$	$\sim p \wedge r$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r)$
د	ن	د	ن	ن	ن	د
د	ن	ن	ن	ن	ن	د
			(۰.۲۵)		(۰.۲۵)	(۰.۵)

روش دوم:

می دانیم که ترکیب عطفی یک گزاره نادرست با هر گزاره ای (درست یا نادرست)، نادرست است، بنابراین:

$$\begin{cases} q \equiv F \rightarrow q \wedge p \equiv F & (۰.۲۵) \\ \sim p \equiv F \rightarrow \sim p \wedge r \equiv F & (۰.۲۵) \end{cases} \rightarrow (q \wedge p) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r) \equiv T & (۰.۵)$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۲ دقیقه

مصحح شو

$$r \Leftrightarrow [s \wedge \sim (\sim s \Rightarrow r)] \equiv r \Leftrightarrow [s \wedge \sim (s \vee r)] \equiv r \Leftrightarrow [s \wedge (\sim s \wedge \sim r)] \equiv r \Leftrightarrow [(s \wedge \sim s) \wedge \sim r] \equiv r \Leftrightarrow F & (۰.۲۵)$$

در نهایت $r \Leftrightarrow F$ داریم که هم ارز با $\sim r$ می شود. (صفحه ۱۵)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

مصحح شو











به جای اثبات این گزاره، عکس نقیض آن را اثبات می کنیم: (۰.۲۵)

اگر n عددی صحیح و n مضرب ۳ نباشد، n^2 نیز مضرب ۳ نیست.

اگر $n \in \mathbb{Z}$ و n بر ۳ بخش پذیر نباشد، n به صورت $3k \pm 1$ است و در نتیجه: (صفحه ۱۵)

$$n^2 = (3k \pm 1)^2 = \underbrace{9k^2 \pm 6k + 1}_{3q} = 3q + 1 & (۰.۲۵) \Rightarrow n^2 \text{ مضرب } 3 \text{ نیست.} & (۰.۲۵)$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

	<p>راهنمای مصحح: </p> <p>اگر n به جای $1 \pm 3k$ به صورت $3k + 1$ و $3k + 2$ در نظر گرفته شده نمره تعلق می‌گیرد.</p>							
<p>۱</p>	<p>مصحح شو </p> <p>عکس نقیض گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ همیشه $\sim q \Rightarrow \sim p$ (صفحه ۱۵)</p> <p>(۰.۲۵) (۰.۲۵) (۰.۲۵) (۰.۲۵)</p> $(\forall x \in \mathbb{Z}: x^2 > 0) \Rightarrow (\exists y \in \mathbb{N}: y^2 + 2y + 1 = 0) \equiv (\forall y \in \mathbb{N}: y^2 + 2y + 1 \neq 0) \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{Z}: x^2 \leq 0)$ <p>نکاتی طلایی </p> <p>برای بیان مفاهیمی چون «به ازای هر یا به ازای تمام مقادیر یا به ازای تمام مقادیر و...» از نماد \forall استفاده شده و آن را سور عمومی می‌نامند.</p> <p>همچنین برای بیان مفاهیمی چون «وجود دارد یا لاقلاً یکی هست یا به ازای بعضی مقادیر و...» از نماد \exists استفاده شده و آن را سور وجودی می‌نامند.</p> <table border="1" data-bbox="411 734 1177 869"> <thead> <tr> <th colspan="2">خواندن گزاره‌های سوری</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\forall x; p(x)$</td> <td>$\exists x; p(x)$</td> </tr> <tr> <td>هر x خاصیت p را دارد.</td> <td>بعضی xها خاصیت p را دارند.</td> </tr> </tbody> </table> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه </p>	خواندن گزاره‌های سوری		$\forall x; p(x)$	$\exists x; p(x)$	هر x خاصیت p را دارد.	بعضی x ها خاصیت p را دارند.	<p>۸</p>
خواندن گزاره‌های سوری								
$\forall x; p(x)$	$\exists x; p(x)$							
هر x خاصیت p را دارد.	بعضی x ها خاصیت p را دارند.							
<p>۱</p>	<p>مصحح شو </p> <p>فرض کنیم $A = n$</p> <p>(۰.۲۵) $2^n - 2^{n-2} = 384 \Rightarrow 2^{n-2}(4-1) = 384$ (۰.۲۵)</p> <p>$\Rightarrow 2^{n-2} = \frac{384}{3} = 128 = 2^7 \Rightarrow n = 9$ (۰.۲۵)</p> <p>پس تعداد زیرمجموعه‌های سره A برابر $2^9 - 1 = 511$ است. (صفحه ۳۳)</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه </p>	<p>۹</p>						
<p>۱</p>	<p>مصحح شو </p> <p>فرض $A \subseteq B$ (صفحه ۱۸)</p> <p>(۰.۲۵) (۰.۲۵) (۰.۲۵) (۰.۲۵)</p> $\forall x: x \in B' \Rightarrow x \notin B \xrightarrow{A \subseteq B} x \notin A \Rightarrow x \in A' \Rightarrow B' \subseteq A'$ <p>بررسی دقیق‌تر: </p> <p>$A \subseteq B \Leftrightarrow (\forall x(x \in A) \Rightarrow (x \in B)) \Leftrightarrow \underbrace{(\forall x(x \notin B) \Rightarrow (x \notin A))}_{\text{عکس نقیض}}$</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه </p>	<p>۱۰</p>						
<p>۱</p>	<p>مصحح شو </p> <p>$A = \{4, \{x\}, \{y-1, z+2\}\}$</p> <p>$B = \{\{7, 3\}, \{y-1\}, x-3\}$</p>	<p>۱۱</p>						

چون $A = B$ ، اعضای متناظر باید با هم برابر باشند. (صفحه ۳۴)

$$x - 3 = 4 \Rightarrow x = 7, \{y - 1\} = \{x\} \Rightarrow y - 1 = 7 \Rightarrow y = 8, \{y, z + 2\} = \{3, 7\}$$

$$\Rightarrow z + 2 = 3 \Rightarrow z = 1 \Rightarrow x + y + z = 7 + 8 + 1 = 16$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه

مصطح شو
(صفحه ۳۴)

$$(A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A) = (A' \cap B) \cup ((B \cap A) \cap B) \cap (B \cup A)$$

جذب $= A \cap B$

$$= (A' \cap B) \cup ((A \cap B) \cap (A \cup B)) = (A' \cap B) \cup (A \cap B) = B \cap (A' \cup A) = B \cap U = B$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۶ دقیقه

قوانین مجموعه‌ها

اگر A و B دو مجموعه دلخواه و A' و B' متمم‌های آن‌ها باشند، آن‌گاه:

جذب	تبدیل تفاضل به اشتراک	دمورگان
$A \cup (A \cap B) = A$	$A - B = A \cap B'$	$(A \cap B)' = A' \cup B'$
$A \cap (A \cup B) = A$	$A - B = B' - A'$	$(A \cup B)' = A' \cap B'$

اگر A, B, C سه مجموعه دلخواه باشند، آن‌گاه:

توزیع‌پذیری	شرکت‌پذیری
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

مصطح شو

$$(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$$

طرف چپ: $A \cap B \cap C'$ (۰.۲۵)
 طرف راست: $(A \cap C') \cap (B \cap C')$ (۰.۲۵)
 و بنابراین تساوی برقرار است. (۰.۲۵) (صفحه ۳۴)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه

۱

۱۲

۱

۱۳

مصطح شو

اگر $A = \emptyset$ یا $B = \emptyset$ که حکم اثبات می شود، حال فرض کنیم: $A \neq \emptyset$ ، $B \neq \emptyset$ که در این صورت، به روش عضوگیری و با توجه به تعریف ضرب دکارتی و فرض $A \times B = B \times A$ ، ثابت می کنیم $A = B$ (صفحه ۳۲)

$$\forall x \in A, \forall y \in B \xrightarrow{\text{تعریف}} (x, y) \in A \times B = B \times A \Rightarrow (x, y) \in B \times A \Rightarrow x \in B \wedge y \in A$$

(۰.۲۵) (۰.۲۵)

$$\Rightarrow A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Rightarrow A = B \quad (۰.۲۵)$$

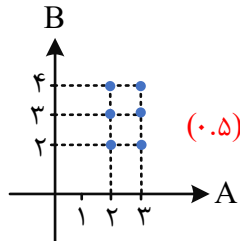
(۰.۲۵)

(x ای که از A فرض کردیم ثابت شد در B است و y ای که از B فرض کردیم ثابت شد در A است.)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه

۱۴

مصطح شو



الف) $A \times B = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$ (۰.۵) (صفحه ۳۴)

ب)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه

ضرب دکارتی

برای رسم نمودار ضرب دکارتی $A \times B$ باید اعضای A را روی محور xها و اعضای B را روی محور yها در نظر بگیریم. حال به چند حالت مهم برمی خوریم:

A و B هر دو بازه ای	A بازه ای و B چند عضوی	A و B هر دو چند عضوی	A و B هر دو بازه ای
$A \times B$ چند پاره خط موازی محور yها	$A \times B$ چند پاره خط موازی محور xها	$A \times B$ چندین نقطه	$A \times B$ سطح یک مربع یا مستطیل
$A = \{1, 2\}, B = [1, 2]$	$A = [1, 4], B = \{1, 2, 3\}$	$A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 3\}$	$A = (1, 2), B = [1, 2]$

۱۵

مصطح شو

الف) (صفحه ۴۳) $\{ (1, 3), (2, 2), (3, 1), (3, 5), (5, 3), (4, 4), (2, 6), (6, 2), (6, 6) \}$ (۰.۲۵) مضرب ۴

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$









$$\Rightarrow P(\text{مضرب ۴}) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \quad (۰.۲۵)$$




ب) $\{ (6, 6), (6, 5), (5, 6) \} \Rightarrow P(\text{مجموع حداقل ۱۱}) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \quad (۰.۲۵)$

(۰.۲۵)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه

۱۶

<p>۱</p>	<p style="text-align: right;">مصّحح شو </p> $\left. \begin{aligned} B \subseteq A &\Rightarrow P(A \cap B) = P(B) && (0.25) \\ P(A - B) &= P(A) - P(A \cap B) && (0.25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A - B) = P(A) - P(B) \quad (\text{صفحه } 43) \quad (0.5)$ <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه </p>	<p>۱۷</p>
<p>۱</p>	<p style="text-align: right;">مصّحح شو </p> <p>A: پیشامد بخش پذیر بودن عدد انتخابی بر ۵ B: پیشامد بخش پذیر بودن عدد انتخابی بر ۷ (صفحه ۴۳)</p> <p>$n(S) = ۸۰$</p> $n(A) = \left[\frac{۸۰}{۵} \right] = ۱۶ \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۶}{۸۰} = \frac{۱}{۵}$ $n(B) = \left[\frac{۸۰}{۷} \right] = ۱۱ \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۱۱}{۸۰}$ $n(A \cap B) = \left[\frac{۸۰}{۵ \times ۷} \right] = \left[\frac{۸۰}{۳۵} \right] = ۲ \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{۲}{۸۰}$ $\Rightarrow P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) \quad (0.25)$ $\Rightarrow P(A' \cap B') = 1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{11}{80} - \frac{2}{80} \right) = 1 - \frac{25}{80} = \frac{11}{16} \quad (0.25)$ <p>(0.5)</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه </p> <p style="text-align: right;">مسیر تمرینی: </p> <p>مشابه این سوال، در سوال ۸ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ مطرح شده بود.</p>	<p>۱۸</p>
<p>۱</p>	<p style="text-align: right;">مصّحح شو </p> <p>A و B ناسازگار $\Leftrightarrow P(A \cap B) = 0$ (صفحه ۴۱) (0.25)</p> $\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{1}{5} + P(B) \quad (0.25)$ $\Rightarrow P(B) = \frac{11}{20} \Rightarrow P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{11}{20} = \frac{9}{20} \quad (0.25)$ <p>(0.25)</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه </p> <p style="text-align: right;">نقشه نهایی: </p> <p>حواستون باشه که ناسازگار یعنی نمیتونن با هم اتفاق بیفتن! (اشتراک آن ها صفر)</p>	<p>۱۹</p>

۱	<p style="text-align: right;"> مصحح شو</p> <p>احتمال وقوع هر عدد زوج $= 3x$ و احتمال وقوع هر عدد فرد $= x$ (صفحه ۴۷)</p> $\Rightarrow \underset{\substack{\downarrow \\ \text{تعداد فرد}}}{3x} + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{تعداد زوج}}}{3 \times (3x)} = 12x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12} \quad (0.25)$ <p>$P(\text{عدد ۲ یا ۳}) = P(\text{عدد ۲}) + P(\text{عدد ۳}) = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3} \quad (0.25)$</p> <p> سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه</p> <p style="text-align: right;"> مسیر تمرینی:</p> <p>مشابه این سوال، در سوال ۹ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ مطرح شده بود.</p>	۲۰
۲۰	موفق باشید.	